

**MECÁNICA CLÁSICA (2425)**

<http://fisica.ciens.ucv.ve/~svincenz/mecanicaclasica.html>

**Examen 1**

**Preliminares**

**El principio de la mínima acción**

**Las ecuaciones de Lagrange**

**Nociones de cálculo variacional**

**Teoremas de conservación**

[http://fisica.ciens.ucv.ve/~svincenz/mecanicaclasica\(e1\).pdf](http://fisica.ciens.ucv.ve/~svincenz/mecanicaclasica(e1).pdf)

1°) Una partícula de masa  $m$  se desliza sin rozamiento por la parte superior de un plano inclinado móvil de masa  $M$ , el cual puede deslizar sin rozamiento sobre un suelo horizontal. Ambas masas están inicialmente en reposo. Usando exclusivamente las ecuaciones de Lagrange e introduciendo el correspondiente multiplicador de Lagrange  $\lambda$ , halle: (a) las aceleraciones de la partícula y el plano inclinado, así como la fuerza de reacción que el plano inclinado le hace a la masa  $m$ . (b) El tiempo que tarda la masa  $m$  en bajar por el bloque hasta el suelo. (6+2=8 pts.)

2°) En la mecánica analítica existe un resultado llamado “principio de Jacobi” el cual establece que una partícula de masa  $m$  y energía  $E$ , en el potencial  $U = U(x, y, z)$ , viaja desde un punto a otro a lo largo de una trayectoria de forma tal que la integral

$$I = \int_{s_1}^{s_2} ds p(x, y, z), \quad (2.1)$$

donde  $p(x, y, z) = \sqrt{2m(E - U(x, y, z))}$  es la magnitud del momentum, es estacionaria ( $ds$  es el elemento de longitud de la trayectoria). Considere el movimiento de un proyectil en el plano  $x - y$ , siendo  $x$  la coordenada horizontal y  $y$  la vertical, con energía potencial  $U = mgy$ , donde  $g$  es el campo gravitacional (constante). Escriba la ecuación de Euler-Lagrange que resulta del “principio de Jacobi” e intégreala para obtener la ecuación de la trayectoria más general. (6 pts.)

3°) (a) Encuentre la aceleración de  $m_1$  (relativa a la Tierra). Exprese su resultado en términos de  $m_1$ ,  $m_2$  y  $A$ . Note que la polea tiene una aceleración hacia arriba,  $A$ , relativa a la Tierra. (b) Encuentre una condición matemática que le permita asegurar que ambas masas aceleran hacia arriba (aceleraciones relativas a la Tierra). (5+1=6 pts.)

