Universidad Central de Venezuela
Facultad de Ciencias
Escuela de Física

MECÁNICA CLÁSICA (2425)

http://fisica.ciens.ucv.ve/~svincenz/mecanicaclasica.html

Examen 2
Integración de las ecuaciones de movimiento
El problema de dos cuerpos con interacción central
El problema de Kepler
Pequeñas oscilaciones

http://fisica.ciens.ucv.ve/~svincenz/mecanicaclasica(e2).pdf

1°) Un cometa se encuentra en algún instante en reposo con respecto al Sol. En ese instante el cometa se encuentra a una distancia x_0 del Sol. Supongamos ahora que el cometa se mueve solo en respuesta a la atracción gravitatoria del Sol. Determine el tiempo que transcurre desde que el cometa empieza a caer hasta que se encuentra a una distancia $x \ll x_0$ del Sol. Ayuda: si no se quiere meter en problemas tendrá que pensar en resolver la integral hábilmente. Compare los órdenes de magnitud, aproxime, integre, y si quiere, vuelva a aproximar. Exprese su resultado (aproximado) solo en términos de la masa del Sol, M; la constante de gravitación universal, G; y la distancia x_0. (5 ptos.)

2°) (a) Encuentre expresiones para las velocidades que lleva un planeta en el perihelio y en el afelio. Nota: su resultado debe ser expresado solo en términos de la excentricidad de la órbita, ϵ; la masa del Sol, M; la longitud del semi-eje mayor, a; y la constante de gravitación universal, G. Para resolver esta pregunta, use el teorema de conservación de la energía y del momentum angular. Use también la ecuación de la elipse en coordenadas polares. (b) Encuentre el radio de curvatura R de la trayectoria en el perihelio y en el afelio. Nota: su resultado debe ser expresado solo en términos del llamado "semilatus rectum", p. (c) Encuentre los puntos donde la velocidad radial de un planeta, $\dot{r}$, se anula. Nota: usted deberá encontrar $\dot{r}(\theta)$. (d) ¿A que distancia del origen la velocidad radial es máxima? ¡Debe demostrarlo! Ayudas (ya usted sabe de donde salen todas estas relaciones):

$$r(\theta) = \frac{p}{1+\epsilon\cos(\theta)}\,, \quad \left\{ \begin{array}{l} r(0) \equiv r_{\text{per}} \\ r(\pi) \equiv r_{\text{afe}} \end{array} \right. \,, \quad r_{\text{per}} + r_{\text{afe}} = 2a\,, \quad p = (1-\epsilon^2)a\,, \quad M_z = mr^2\dot{\theta}. \quad (2.1)$$

(2+3+2+2=9 ptos.)

3°) Dos masas iguales de valor $m = 1$, y que pueden deslizarse sin rozamiento sobre un plano, se conectan mediante un resorte de constante $k_2 = 2$. Asimismo, la masa de la izquierda (etiquetada con el número 1) se sujeta a una pared por medio de un resorte de constante $k_1 = 3$. Halle las soluciones $x_1(t)$ y $x_2(t)$ que están sujetas a las condiciones iniciales $x_1(0) = -1$, $x_2(0) = 2$, y $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$. (6 ptos.)