

Universidad Central de Venezuela  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Física

**MECÁNICA CLÁSICA (2425)**

<http://fisica.ciens.ucv.ve/~svincenz/mecanicaclasica.html>

**Examen de Reparación**  
**Las ecuaciones de Lagrange**  
**Cuerpos rígidos**  
**Ecuaciones canónicas**  
**Ecuación de Hamilton-Jacobi**

[http://fisica.ciens.ucv.ve/~svincenz/mecanicaclasica\(er\).pdf](http://fisica.ciens.ucv.ve/~svincenz/mecanicaclasica(er).pdf)

1°) Una esfera sólida de masa  $m$  y radio  $a$  rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal y bajo la acción de una fuerza horizontal  $F$  aplicada en su centro. La componente  $I_{zz}$  del tensor de inercia de la esfera es (siendo la dirección  $z$  perpendicular a la dirección del movimiento de la esfera)  $I_{zz} = 2ma^2/5$ . Escriba (sin introducir un multiplicador de Lagrange): (a) La Lagrangiana del sistema, las ecuaciones de movimiento y la posición del centro de masa de la esfera en función del tiempo ( $x = x(t)$ ). (b) Responda la pregunta (a) pero ahora use un multiplicador de Lagrange. (c) Resuelva el problema usando el formalismo hamiltoniano sin el multiplicador de Lagrange. (d) Resuelva otra vez el problema pero usando el formalismo hamiltoniano con el multiplicador de Lagrange. (e) Ahora resuelva este problema pero resolviendo la ecuación de Hamilton-Jacobi. (2+2+2+2+2=10 pts.)

2°) Encuentre las componentes  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  y  $I_{zz}$  del tensor de inercia de una placa triangular delgada de catetos  $a$  y  $b$ , de masa  $m$ , con respecto a los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ , con origen  $O$  en  $(0,0)$ . Los vértices del triángulo son los puntos  $(0,0)$ ,  $(a,0)$  y  $(0,b)$ . (3 pts.)

3°) Halle la energía cinética de un cilindro macizo de radio  $a$  y masa  $m$  que rueda sin deslizar en el interior de una superficie cilíndrica de radio  $R$ . Dato:  $I_0 = ma^2/2$  es el momento de inercia de un cilindro con respecto al eje que pasa por el eje del cilindro. (3 pts.)

4°) Un taco le da un golpe frontal a una bola de billar estacionaria a una altura  $h$  sobre el piso. (a) Encuentre una relación entre la velocidad angular y la velocidad del centro de masa de la bola justo inmediatamente después del golpe. Ayuda: justo en el golpe la reacción de la superficie sobre la bola es perpendicular a la superficie, es decir, no tiene componente a lo largo de la dirección del movimiento. (b) Si la bola rueda sin deslizar desde el principio ¿cual debe ser la altura  $h$  en la que el taco golpea a la bola? (2+2=4 pts.)