

1. (Jackson 3.17a) La función de Green con condiciones Dirichlet en la región abierta entre los planos $z = 0$ y $z = L$ se puede escribir en coordenadas cilíndricas. Demostrar que:

$$G_D(\vec{x}, \vec{x}') = \frac{4}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\varphi-\varphi')} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi z'}{L}\right) I_m\left(\frac{n\pi}{L}\rho_{<}\right) K_m\left(\frac{n\pi}{L}\rho_{>}\right)$$

Ayuda: El Wronskiano de $I_\nu(x)$ y $K_\nu(x)$ es $W[I_\nu(x), K_\nu(x)] = -\frac{1}{x}$

2. (Jackson 3.20a) Usar el resultado del problema anterior para hallar el potencial de una carga puntual q localizada en el punto $(0, 0, z_0)$ entre dos planos conductores paralelos infinitos en $z = 0$ y $z = L$ ($z_0 < L$), mantenidos a potencial cero. Demostrar que:

$$\Phi(\rho, z) = \frac{q}{\pi\epsilon_0 L} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi z_0}{L}\right) K_0\left(\frac{n\pi\rho}{L}\right)$$

3. Jackson 3.23

4. (Griffiths 4.34) Un dipolo ideal $\vec{p} = p\hat{k}$ se encuentra en el centro de una esfera de constante dieléctrica $\kappa = \epsilon/\epsilon_0$ y radio a . El medio exterior es el vacío.

- Hallar el potencial en el interior y el exterior de la esfera.
- Hallar la densidad de carga superficial de polarización σ_{pol} en $r = a$.

5. (Jackson 4.9) Una carga puntual q se encuentra en el vacío a una distancia d del centro de una esfera dieléctrica de radio $a < d$ y constante $\kappa = \epsilon/\epsilon_0$.

- Hallar el potencial en el interior y el exterior de la esfera.
- Verificar que en el límite $\kappa \rightarrow \infty$ el resultado se reduce al que se espera para una esfera conductora.

6. Cierta condensador esférico está formado por un conductor hueco interior de radio a y carga Q , rodeado por un conductor hueco exterior de radio $3a$ y carga $-Q$. El espacio entre los conductores ($a < r < 3a$) está lleno de un dieléctrico con κ variable dado por $\kappa(r) = \frac{\kappa_0 r}{a}$, con κ_0 constante.

Hallar:

- El campo eléctrico en el interior del dieléctrico, o sea, en la región $a < r < 3a$.
- La densidad de carga volumétrica de polarización ρ_{pol} , y la densidad de carga superficial de polarización σ_{pol} en todas las superficies.
- La energía potencial electrostática y la capacidad del condensador.