

## Electromagnetismo, Parcial 1

1. Una esfera de radio  $a$  tiene una densidad superficial de carga  $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos \theta$ , con  $\sigma_0$  constante.
  - a) Hallar los momentos multipolares de la esfera. (2 puntos)
  - b) Hallar la energía potencial electrostática de la esfera. (2 puntos)

2. El potencial en la superficie de una esfera hueca de radio  $a$  es

$$\Phi|_{r=a} \begin{cases} V_0 & , \quad 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \quad \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases}$$

Hallar la solución de la ecuación de Laplace en el interior y el exterior de la esfera. (6 puntos)

Ayuda:  $P_{2n}(0) = \frac{(-1)^n (2n)!}{(2^n n!)^2}$

3. Hallar la solución de la ecuación de Laplace en el interior de un cilindro seminfinito de radio  $a$  ( $0 \leq \rho \leq a$ ,  $0 \leq z < \infty$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ), con condiciones de frontera:

$$\Phi(a, \varphi, z) = 0 \quad ; \quad \Phi(\rho, \varphi, 0) = V_0$$

El potencial es acotado cuando  $z \rightarrow \infty$ . (6 puntos)

Laplaciano en coordenadas cilíndricas:  $\nabla^2 \Phi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$

4. Una esfera conductora hueca de radio  $a$  y centro en el origen se mantiene a potencial cero. Una carga puntual  $q_1$  se encuentra en el centro de la esfera. Otra carga puntual  $q_2$  se encuentra en el eje  $z$  a una distancia  $d < a$  del origen. Hallar el potencial en el interior de la esfera. (4 puntos)

