

1. (Jackson 3.2) Una superficie esférica de radio  $a$  tiene una carga distribuida uniformemente sobre su superficie con una densidad  $\frac{q}{4\pi a^2}$ , excepto en un casquete esférico en el polo norte definido por el cono  $\theta = \alpha$ , es decir

$$\sigma(\theta) = \begin{cases} 0 & , \quad 0 \leq \theta < \alpha \\ \frac{q}{4\pi a^2} & , \quad \alpha < \theta \leq \pi \end{cases}$$

- a) Hallar el potencial en  $r < a$  y  $r > a$ . (4 puntos)  
 b) Discutir el límite del potencial cuando  $\alpha \rightarrow 0$  y  $\alpha \rightarrow \pi$ . (1 punto)
2. (Griffiths 3.24) Un cilindro conductor infinitamente largo, de radio  $a$ , y sin carga neta, se coloca en un campo eléctrico uniforme  $\vec{E}_0 = E_0 \hat{j}$ .
- a) Hallar el potencial en el exterior del cilindro. (3 puntos)  
 b) Hallar la densidad de carga inducida en la superficie del cilindro. (1 punto)
3. a) Hallar la solución,  $\Phi(\rho, \varphi, z)$ , de la ecuación de Laplace en el interior de un cilindro de radio  $a$  y altura  $L$  ( $0 \leq \rho \leq a$ ,  $0 \leq z \leq L$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ), con condiciones de frontera:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \rho}(a, \varphi, z) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z}(\rho, \varphi, 0) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z}(\rho, \varphi, L) = f(\rho, \varphi) \quad (6 \text{ puntos})$$

- b) Determinar explícitamente la solución para

$$f(\rho, \varphi) = \frac{V_0}{a^2} \rho \cos \varphi \quad (2 \text{ puntos})$$

4. Un conductor está formado por una lámina plana infinita, situada en el plano  $z = 0$ , excepto por una protuberancia esférica de radio  $a$  y centro en el origen (ver figura). Una carga puntual  $q$  se localiza en el eje  $z$  a una distancia  $d > a$  del origen. El conductor se mantiene a potencial cero.
- a) Hallar el potencial en la región  $z > 0$ . (2 puntos)  
 b) Hallar la fuerza que el conductor ejerce sobre  $q$ . (1 punto)

