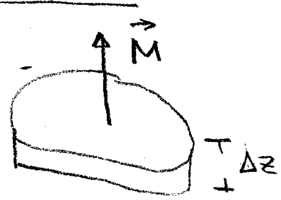
Magnetización $\vec{M}$ (Purcell 11.8)

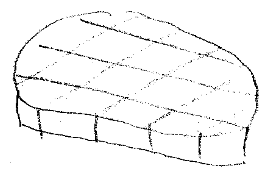
$\vec{M}$ = momento dipolar magnético total por unidad de volumen

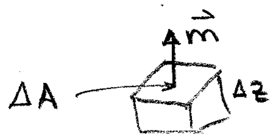
$\vec{M} \Rightarrow$ densidades de corriente de magnetización $\mathcal{J}_{mag}$, $\vec{J}_{mag}$

(similar a $\vec{P} \Rightarrow \sigma_{pol}, \rho_{pol}$)

$\vec{M}$ uniforme

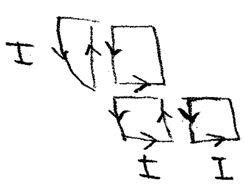






$$m = M \Delta A \Delta z$$
$$= I \Delta A$$
$$I = M \Delta z$$

Ahora consideramos todos los bloquecitos

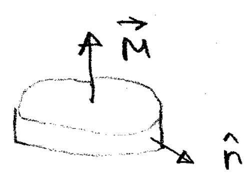


sólo queda la I exterior

$$I = \mathcal{J}_{mag} \Delta z$$

$$\mathcal{J}_{mag} = M$$

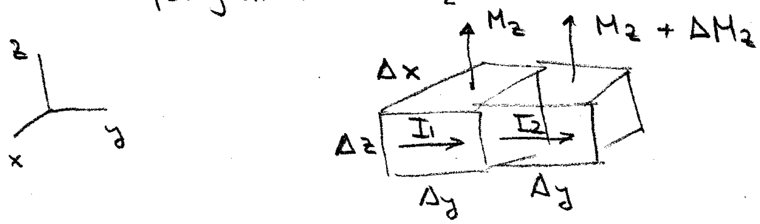
En general $\vec{\mathcal{J}}_{mag} = \vec{M} \times \hat{n} \big|_S$



$\vec{M}$ no uniforme

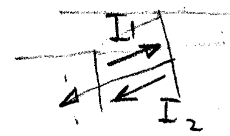
Existe también $\vec{J}_{mag} = \vec{\nabla} \times \vec{M}$

Supongamos M_z variable en dirección y



$$m_1 = M_z \Delta x \Delta y \Delta z$$
$$= I_1 \Delta x \Delta y$$

$$I_1 = M_z \Delta z \quad , \quad I_2 = (M_z + \Delta M_z)\Delta z$$

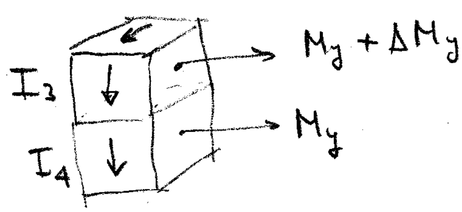


$$\Delta I_{21} = I_2 - I_1 = \Delta M_z \Delta z = \frac{\partial M_z}{\partial y}\Delta y \Delta z$$

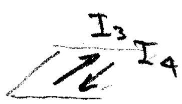
ΔI_{21} en dirección x

$$= J_x \Delta y \Delta z$$

J_x puede tener otra contribución de M_y variable en dirección z



$$I_3 = (M_y + \Delta M_y)\Delta y$$
$$I_4 = M_y \Delta y$$



$\Delta I_{43} = I_4 - I_3$ en dirección x

$$\Delta I_{43} = -\Delta M_y \Delta y = -\frac{\partial M_y}{\partial z}\Delta z \Delta y$$

En total $\quad J_x = \dfrac{\partial M_z}{\partial y} - \dfrac{\partial M_y}{\partial z} = (\vec{\nabla} \times \vec{M})_x$

Corrientes libres y campo $\vec{H}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (\vec{J}_{libre} + \vec{J}_{mag}) = \mu_0 \vec{J}_{libre} + \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) = \mu_0 \vec{J}_{libre}$$

se define $\quad \vec{B} - \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{H} \quad , \quad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{libre}$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I^{enc}_{libre}$$ permite determinar $\vec{H}$ cuando hay simetría suficiente.

Si se conoce $\vec{M}$ entonces se determina $\vec{B}$

En los medios lineales $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

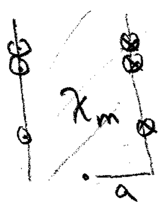
χ_m : susceptibilidad magnética $\qquad [H] = [M] = \frac{A}{m}$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu \vec{H}$$

μ : permeabilidad del medio

Ejemplo

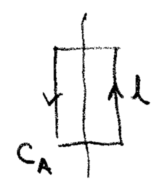
Un solenoide ideal de n vueltas por unidad de longitud está lleno de un medio de susceptibilidad χ_m y transporta una corriente I. Hallar $\vec{H}, \vec{M}, \vec{B}$ en el interior. Hallar $\vec{J}_{mag}, \vec{\jmath}_{mag}$.



$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I^{enc}_{libre}$$

Por simetría $\vec{H} = H\hat{k}$

$\vec{H} = 0$ en el exterior



$Hl = Inl$

$H = nI$

$\vec{H} = nI\hat{k}$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} = \chi_m n I \hat{k} \quad , \quad \vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) n I \hat{k}$$

$$\vec{J}_{mag} = \vec{\nabla} \times \vec{M} = 0$$

$$\vec{\jmath}_{mag} = \vec{M} \times \hat{n} \Big|_{r=a} \qquad \hat{n} = \hat{r} \text{ en } r = a \quad , \quad \hat{k} \times \hat{r} = \hat{\phi}$$

$$\vec{\jmath}_{mag} = \chi_m n I \hat{\phi}$$