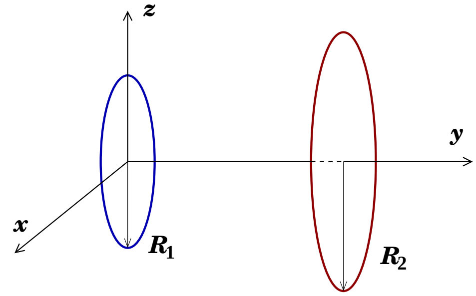
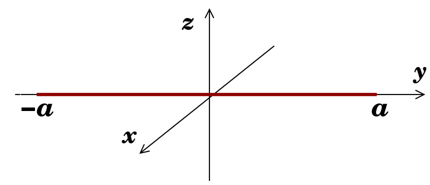
Electricidad y Magnetismo, Guía 2 **04-10-2017**

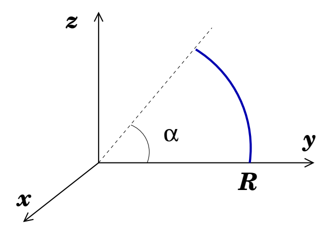
1. Un anillo cargado con densidad constante $\lambda_1 = \lambda_0$, y radio $R_1 = a$, tiene centro en el origen y eje a lo largo del eje y. Otro anillo cargado con densidad $\lambda_2 = 3\lambda_0$, y radio $R_2 = 2a$, tiene también su eje a lo largo del eje y pero su centro está en $y = 4a$ (ver figura). Hallar:
   a) $\overrightarrow{E}$ en el centro del anillo de radio R_2,
   b) $\overrightarrow{E}$ en el punto $\mathtt{P}$ localizado en el eje y en $y = \dfrac{4a}{3}$.



2. Un hilo delgado de longitud $2a$ y densidad de carga $\lambda = \mu_0 y$, con μ_0 constante, se encuentra sobre el eje y como se muestra en la figura. Hallar $\overrightarrow{E}$ en los puntos: a)$\mathtt{P}_1 = (x, 0, z)$, b) $\mathtt{P}_2 = (0, y, 0)$, $y > a$.

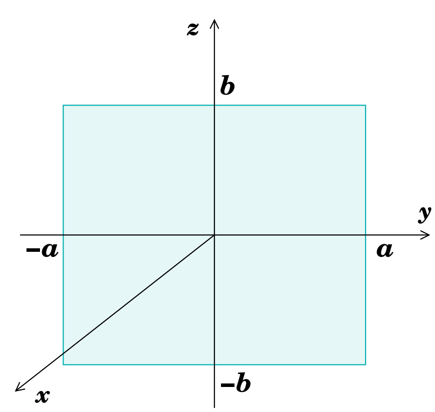


3. Un hilo delgado de densidad constante de carga λ_0 está doblado formando un arco circular de radio R. El arco se encuentra en el plano yz, tiene centro en el origen, y subtiende un ángulo α como se muestra en la figura. Hallar $\overrightarrow{E}$ en el punto $(x, 0, 0)$, $x > 0$.

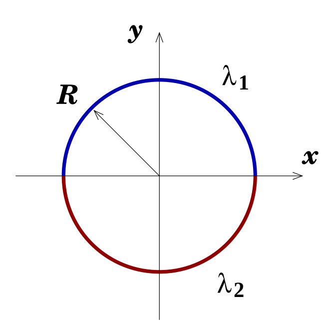


4. Un cilindro recto, sólido, de densidad constante de carga ρ_0, radio R y altura L, tiene base en $z = 0$ y eje en la dirección z. Hallar $\overrightarrow{E}$ en el punto $(0, 0, z)$, $z > 0$. Demostrar que para $z \gg R, L$, $|\overrightarrow{E}| \simeq \dfrac{kQ}{z^2}$, con $Q = \pi\rho_0 R^2 L$.

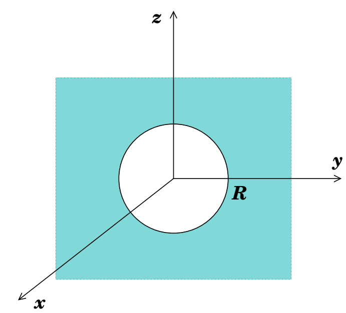
5. Una lámina delgada de densidad constante de carga σ_0, ancho $2a$ y largo $2b$ se encuentra en el plano yz con centro en el origen (ver figura). Hallar $\overrightarrow{E}$ en el punto $(x, 0, 0)$, $x > 0$.
   Demostrar que para $x \gg a, b$, $|\overrightarrow{E}| \simeq \dfrac{kQ}{x^2}$, con $Q = 4\sigma_0 ab$.
   Demostrar que para $a, b \to \infty$, $|\overrightarrow{E}| \simeq \dfrac{\sigma_0}{2\epsilon_0}$.



6. Un anillo cargado de radio $R = 5\,cm$ tiene densidad $\lambda_1 = -4,8\,\frac{nC}{m}$ en su mitad superior y $\lambda_2 = 3,2\,\frac{nC}{m}$ en su mitad inferior (ver figura). Hallar el campo eléctrico en el centro del anillo.



7. A una hoja delgada infinitamente extendida en el plano yz, y con densidad constante de carga σ_0, se le extrae una sección circular de radio R y centro en el origen (ver figura). Hallar $\overrightarrow{E}$ en el punto $(x, 0, 0)$, $x > 0$.



Integrales y expansiones

$$\int \frac{du}{(1+u^2)\sqrt{1+u^2+c^2}} = \frac{1}{c}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{cu}{\sqrt{1+u^2+c^2}}\right) \quad , \quad c > 0$$

$$\int \frac{du}{(u^2+c^2)^{3/2}} = \frac{u}{c^2\sqrt{u^2+c^2}}$$

$$\int \frac{u^2\,du}{(u^2+c^2)^{3/2}} = -\frac{u}{\sqrt{u^2+c^2}} + \ln\left(u+\sqrt{u^2+c^2}\right)$$

$(1+u)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}u - \frac{1}{8}u^2 + \frac{1}{16}u^3 + \cdots \quad ; \quad u \ll 1$

$(1+u)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2}u + \frac{3}{8}u^2 - \frac{5}{16}u^3 + \cdots \quad ; \quad u \ll 1$

$\operatorname{arc\,tg} u = u - \frac{1}{3}u^3 + \frac{1}{5}u^5 + \cdots \quad ; \quad u \ll 1$

Respuestas

1) a) $\overrightarrow{E} = \dfrac{8k\pi\lambda_0}{17\sqrt{17}a}\hat{\jmath} \quad ; \quad$ b) $\overrightarrow{E} = -\dfrac{36k\pi\lambda_0}{125a}\hat{\jmath}$

2a) $$\overrightarrow{E} = -2k\mu_0\left[\ln\left(\frac{a+\sqrt{a^2+x^2+z^2}}{\sqrt{x^2+z^2}}\right) - \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2+z^2}}\right]\hat{\jmath}$$

2b) $$\overrightarrow{E} = -k\mu_0\left[\ln\left(\frac{y+a}{y-a}\right) - \frac{2ay}{y^2-a^2}\right]\hat{\jmath}$$

3) $$\overrightarrow{E} = \frac{k\lambda_0 R}{(x^2+R^2)^{3/2}}\left(\alpha x\,\hat{\imath} - R\operatorname{sen}\alpha\,\hat{\jmath} + R(\cos\alpha - 1)\hat{k}\right)$$

4) $$\overrightarrow{E} = 2\pi k\rho_0\left[L - \sqrt{R^2+z^2} + \sqrt{R^2+(z-L)^2}\right]\hat{k}$$

5) $$\overrightarrow{E} = 4k\sigma_0\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{ab}{x\sqrt{x^2+a^2+b^2}}\right)\hat{\imath}$$

6) $\overrightarrow{E} = 2880\,\frac{N}{C}\,\hat{\jmath}$

7) $$\overrightarrow{E} = \frac{2\pi k\sigma_0 x}{\sqrt{x^2+R^2}}\hat{\imath}$$