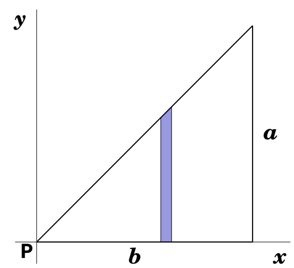
Electricidad y Magnetismo, Guía 4 **19-10-2017**

1. Un electrón ($m = 9,11 \times 10^{-31}\,Kg$) moviéndose en el eje x tiene rapidez $v_A = 3,5 \times 10^6\,\frac{m}{s}$ en $x_A = 0$ que se reduce a $v_B = 1,6 \times 10^6\,\frac{m}{s}$ en $x_B = 4\,cm$. Hallar la diferencia de potencial entre x_A y x_B. ¿ Cuál punto está a mayor potencial ?

2. Tres placas cargadas colocadas en forma perpendicular al eje y están localizadas en $y_1 = 0$, $y_2 = 0,4\,m$ y $y_3 = 0,6\,m$. El campo entre las placas 1 y 2 es $\overrightarrow{E}_{12} = 250\,\frac{N}{C}\,\hat{\jmath}$, mientras que entre las placas 2 y 3 el campo es $\overrightarrow{E}_{23} = -300\,\frac{N}{C}\,\hat{\jmath}$. Hallar el potencial de las placas 1 y 2 tomando en cuenta que la placa 3 está conectada a tierra y su potencial es cero.

3. Un anillo con eje paralelo al eje y tiene radio R y una carga Q uniformemente distribuida. Una partícula puntual de igual carga Q y masa M se encuentra en el centro del anillo. Cuando el anillo se desplaza ligeramente, la partícula se acelera a lo largo del eje y (¿ por qué ?). Determinar la rapidez de la partícula cuando se encuentra a una distancia d del centro del anillo.

4. (Purcell 2.12) Una lámina plana en forma de triángulo rectángulo con base b y altura a tiene una carga Q distribuida uniformemente. Hallar el potencial en el punto `P`. `Ayuda: determinar primero la contribución de la franja vertical de ancho` dx `en` x.

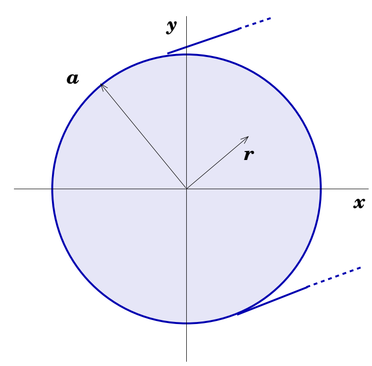


5. (Purcell 2.26) Un cuadrado de lado s y densidad de carga σ constante tiene el mismo valor del potencial en el centro que un disco de igual densidad de carga y diámetro d. Hallar la relación entre d y s. `Ayuda: use el resultado del problema 4`

6. (Purcell 2.31) Una lámina plana no-conductora se halla en el plano xy. Las únicas cargas del sistema están en la lámina. El potencial en $z > 0$ es $\varphi = \varphi_0\,e^{-\alpha z}\cos\alpha x$, con φ_0 y $\alpha > 0$ constantes. a) Demostrar que φ satisface la ecuación de Laplace. b) Hallar $\overrightarrow{E}$ y graficar las líneas de campo. c) Hallar la distribución de carga de la lámina.

7. Una carga puntual q se encuentra en el centro de una esfera hueca de radio a y carga Q distribuida uniformemente. Considerando que el potencial en infinito es cero, hallar φ en: a) $r < a$, b) $r > a$.

8. (Purcell 2.8) Un cilindro aislante, infinitamente largo, de densidad constante de carga ρ, y radio a, tiene su eje en la dirección z. Considerando que φ se anula en $r = 0$, hallar el potencial en: a) el interior del cilindro ($r < a$); b) el exterior del cilindro ($r > a$).



9. Escriba el potencial del problema 8 en coordenadas Cartesianas. Demuestre que en el exterior del cilindro φ satisface la ecuación de Laplace $\nabla^2\varphi = 0$, en 2 dimensiones. Demuestre que en el interior del cilindro φ satisface la ecuación de Poisson $\nabla^2\varphi = -\dfrac{\rho}{\epsilon_0}$.

10. (Purcell 2.4) Dado el potencial:

$$\varphi(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{\varphi_0}{a^2}(x^2+y^2+z^2) & , \ (x^2+y^2+z^2) < a^2 \\[2ex] -\varphi_0 + \dfrac{2\varphi_0 a}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} & , \ (x^2+y^2+z^2) > a^2 \end{cases}$$

hallar: a) el campo eléctrico, b) la distribución de carga correspondiente. φ_0 es constante.

11. Una corteza esférica aislante de radio a tiene densidad de carga $\rho = \dfrac{\rho_0 r}{a}$, con ρ_0 constante. r es la distancia desde el origen. El potencial eléctrico φ se anula en $r \to \infty$. a) Hallar el potencial eléctrico en las regiones: $r < a$ y $r > a$. b) Demostrar que φ satisface la ecuación de Poisson en $r < a$.

Integrales $\displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{u^2+c^2}} = \ln\left(u + \sqrt{u^2+c^2}\right)$

Respuestas

1) $\varphi_B - \varphi_A = -27{,}6\,V$; 2) $\varphi_2 = -60\,V, \ \varphi_1 = 40\,V$; 3) $v = \sqrt{\dfrac{2kQ^2}{M}\left(\dfrac{1}{R} - \dfrac{1}{\sqrt{d^2+R^2}}\right)}$

4) $\dfrac{2kQ}{a}\ln\left(\dfrac{a}{b} + \dfrac{1}{b}\sqrt{a^2+b^2}\right)$; 5) $\dfrac{d}{s} = \dfrac{4}{\pi}\ln(1+\sqrt{2})$; 6) $\sigma = 2\alpha\epsilon_0\varphi_0\cos\alpha x$

7) a) $\dfrac{kq}{r} + \dfrac{kQ}{a}$; b) $\dfrac{k(q+Q)}{r}$; 8) a) $\varphi(r) = -\dfrac{\rho r^2}{4\epsilon_0}$; b) $\varphi(r) = -\dfrac{\rho a^2}{4\epsilon_0} - \dfrac{\rho a^2}{2\epsilon_0}\ln\dfrac{r}{a}$

10) a) $\overrightarrow{E} = -\dfrac{2\varphi_0 r}{a^2}\hat{r}, \ r < a$; $\overrightarrow{E} = \dfrac{2\varphi_0 a}{r^2}\hat{r}, \ r > a$; b) $\rho = -\dfrac{6\varphi_0\epsilon_0}{a^2}, \ r < a$; $\sigma = \dfrac{4\varphi_0\epsilon_0}{a}, \ r = a$

11) a) $\varphi(r) = \begin{cases} -\dfrac{\rho_0}{12a\epsilon_0}\left(r^3 - 4a^3\right) & , \quad r < a \\[2ex] \dfrac{\rho_0 a^3}{4\epsilon_0 r} & , \quad r > a \end{cases}$

b) en $r < a$, $\nabla^2\varphi = -\dfrac{\rho_0 r}{a\epsilon_0} = -\dfrac{\rho}{\epsilon_0}$