Electricidad y Magnetismo, Guía 5 **31-10-2017**

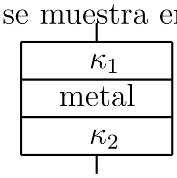
1. (Purcell 1.8) Calcular la energía potencial electrostática por ión de un cristal unidimensional formado por una fila de un número infinitamente grande de cargas de igual magnitud e, de signo alternante, y separadas una distancia a. `Ayuda:` $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots = \ln 2$.

2. En un tetraedro regular las cuatro caras son triángulos equilateros de lado $d = 2 \times 10^{-10}\, m$. En los vértices se encuentran cargas $q_1 = -3e$, $q_2 = q_3 = q_4 = e$. Hallar la energía potencial electrostática de la configuración (en eV).

3. Hallar la energía almacenada en el campo eléctrico producido por una esfera aislante de radio a y densidad de carga $\rho = \rho_0 \dfrac{r}{a}$, ρ_0 constante. Compruebe que este resultado coincide con la energía potencial electrostática de la distribución de carga.

4. (Purcell 3.13) Usando $U = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \int E^2 dV$, hallar la energía total del campo electrostático en un condensador esférico formado por un conductor hueco interior de radio a y carga Q, rodeado por un conductor hueco exterior de radio b y carga $-Q$. Determinar el valor de la capacidad a partir de este resultado.

5. Un condensador plano-paralelo de área $A = \ell^2$ y separación $d = \ell/100$ contiene en su interior dos bloques de material dieléctrico de igual espesor $d/3$ y de constantes dieléctricas $\kappa_1 = \kappa$ y $\kappa_2 = 2\kappa$, y un bloque metálico también de espesor $d/3$, dispuestos como se muestra en la figura. El condensador se carga con una carga Q. Calcular:
a) la capacidad del condensador,
b) la nueva capacidad cuando se retira el bloque metálico,
c) el trabajo hecho por un agente externo para retirar el metal.



6. Cierto cable coaxial consiste de un cilindro de cobre de radio a, rodeado por un tubo de cobre concéntrico de radio interior $4a$. El espacio entre el cilindro y el tubo está parcialmente lleno, entre $2a < r < 4a$, con un dieléctrico de constante κ. Hallar la capacidad por unidad de longitud. Considere que la longitud del cable es mucho mayor que a.

7. Un condensador plano-paralelo tiene placas cuadradas de lado ℓ, localizadas en $z = 0$ y $z = d \ll \ell$. El condensador está lleno de un dieléctrico no uniforme con constante $\kappa(z) = \kappa_0 + (\kappa_1 - \kappa_0)\dfrac{z}{d}$. Hallar la capacidad. κ_1 y κ_0 son constantes.

8. Cierto condensador esférico está formado por un conductor hueco interior de radio a y carga Q, rodeado por un conductor hueco exterior de radio $3a$ y carga $-Q$. El espacio entre los conductores ($a < r < 3a$) está lleno de un dieléctrico con κ variable dado por $\kappa(r) = \dfrac{\kappa_0 r}{a}$, con κ_0 constante. a) Hallar la capacidad del condensador. b) Hallar la densidad de carga volumétrica de polarización ρ_{pol}, y la densidad de carga superficial de polarización σ_{pol} en la superficie $r = a$.

Respuestas

1) $-\ln 2\, \dfrac{ke^2}{a}$ 2) $-43{,}2\, eV$ 3) $\dfrac{4}{7} k\, \pi^2 \rho_0^2\, a^5$ 4) $U = \dfrac{1}{2ab} kQ^2(b-a)$, $C = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 ab}{(b-a)}$

5) a) $200\kappa\varepsilon_0\ell$, b) $\dfrac{600\kappa\varepsilon_0\ell}{3+2\kappa}$, c) $\dfrac{Q^2}{600\varepsilon_0\ell}$ 6) $\dfrac{2\pi\kappa\varepsilon_0}{(\kappa+1)\ln 2}$ 7) $\dfrac{\varepsilon_0\ell^2(\kappa_1-\kappa_0)}{d\ln(\kappa_1/\kappa_0)}$

8) a) $C = 9\pi\varepsilon_0\kappa_0 a$; b) $\rho_{\text{pol}} = -\dfrac{Qa}{4\pi\kappa_0 r^4}$, $\sigma_{\text{pol}} = -\dfrac{Q(\kappa_0 - 1)}{4\pi\kappa_0 a^2}$