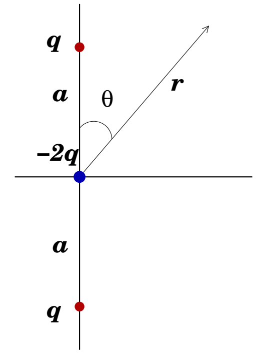
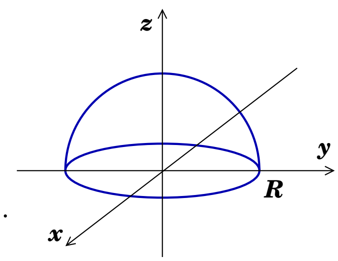
Electricidad y Magnetismo, Tarea 3 **20-10-2017**
Fecha de entrega: 06-11-2017

1. Dos cargas iguales de magnitud q se encuentran en $(0,0,a)$ y $(0,0,-a)$, mientras que una carga $-2q$ se localiza en el origen. a) Determinar el potencial como función de r y θ, b) Demostrar que para $r \gg a$, $\varphi(r,\theta) \simeq \dfrac{kqa^2}{r^3}\,(3\,\cos^2\theta - 1)$. (5 puntos)



2. Un hemisferio con centro en el origen y radio R (ver figura) tiene una densidad superficial de carga $\sigma = \sigma_0 \cos\theta$, con σ_0 constante.
   a) Demostrar que la diferencia de potencial entre el punto $(0,0,R)$ y el origen es $\dfrac{\sigma_0 R}{12\varepsilon_0}\left(4\sqrt{2}-3\right)$.
   b) Hallar la diferencia de potencial entre el origen y el punto $(0,0,-R)$. (6 puntos)



`Ayuda:` $\displaystyle\int \frac{\cos\alpha\,\mathrm{sen}\,\alpha}{\sqrt{1\pm\cos\alpha}}\,d\alpha \;=\; \frac{2}{3}\sqrt{1\pm\cos\alpha}\,(2\mp\cos\alpha)$

3. Demostrar que
$$\varphi(x,y) = E_0 y\left(1 - \frac{a^2}{x^2+y^2}\right)\;,$$
con E_0 constante, satisface la ecuación de Laplace en dos dimensiones, y las condiciones de frontera: $\varphi = 0$ cuando $x^2+y^2 = a^2$, $\overline{E} \to -E_0\hat{\jmath}$ cuando $x^2+y^2 \to \infty$. (4 puntos)

4. Una carga puntual q se encuentra a una distancia h del centro de una esfera conductora de radio a ($h > a$). Utilizando el método de imágenes encuentre el potencial $\varphi(r,\theta)$ en la región $r > a$, con las condiciones de frontera $\varphi(a,\theta) = 0$ (esfera conectada a tierra), y $\varphi(r,\theta) \to 0$ para $r \to \infty$. (5 puntos)