**Métodos Matemáticos de la Física II, Guía 8** **01-03-2017**

1. Hallar la solución general de la ecuación $y'' + e^{2z} y = 0$.

   `Ayuda: hacer el cambio de variable` $w = e^z$. R: $y = c_1 J_0(e^z) + c_2 N_0(e^z)$

2. Hallar la solución general de la ecuación $z^2 y'' + 5zy' + (z^2+3)y = 0$.

   R: $y = c_1 z^{-2} J_1(z) + c_2 z^{-2} N_1(z)$

3. Dada la ecuación: $z^2\, y'' + z\, y' + (z^2 - \frac{1}{4})\, y = 0$ ,

   a) encontrar dos soluciones linealmente independientes alrededor de $z = 0$.

   R: $y = c_1 J_{\frac{1}{2}}(z) + c_2 N_{\frac{1}{2}}(z) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi z}} \{c_1 \operatorname{sen} z - c_2 \cos z\}$

   b) Determinar la solución que satisface $y(\frac{\pi}{4}) = 0$, $y(\frac{\pi}{2}) = 1$. R: $y = \sqrt{\dfrac{\pi}{2z}} \{\operatorname{sen} z - \cos z\}$

4. Dada la ecuación: $z\, y'' - (2\alpha - 1)\, y' + z\, y = 0$ ,

   a) probar que $y(z) = z^\alpha N_\alpha(z)$ es solución.

   b) Hallar la solución general de la ecuación $z\, y'' + 7\, y' + z\, y = 0$.
   R: $y = c_1 z^{-3} J_3(z) + c_2 z^{-3} N_3(z)$

5. Dada la ecuación: $z\, y'' - \, y' - z\, y = 0$

   a) Encontrar dos soluciones linealmente independientes alrededor de $z = 0$.
   R: $y_1 = z\, I_1(z)$, $y_2 = z\, K_1(z)$

   b) Determinar la solución que satisface las condiciones $y(1) = 1$ y $y(z)$ acotada cuando $z \to \infty$.
   R: $z\, K_1(z)/K_1(1)$, $K_1(1) = 0,6019$

6. Hallar la solución general de la ecuación inhomogénea

   $$y'' + \frac{1}{x}\, y' - \frac{(x^2+4)}{x^2}\, y = x^4 \ .$$

   `Ayuda:` $W[K_\nu, I_\nu] = 1/x$. R: $y = c_1 I_2(x) + c_2 K_2(x) - x^2(x^2 + 12)$

7. Probar que:

   a) $\int J_0(x) \operatorname{sen} x\, dx = x J_0(x) \operatorname{sen} x - x J_1(x) \cos x + c$

   b) $\int x^5 J_2(x)\, dx = 6x^2(8 - x^2)\, J_0(x) - x(x^4 - 24x^2 + 96)\, J_1(x) + c$

8. Demostrar que: $\{J_0(z)\}^2 + 2 \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \{J_n(z)\}^2 = 1$.